MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN CARAŞ-SEVERIN
Strada Ateneului 320112, Nr. 1, Reşița, Caraş-Severin, ROMÂNIA
Tel: 0255-214238; Fax: 0255-216042
E-mail: isjcaras@cs.ro; Web: http://www.cs.isj.edu.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ 2010 – FAZA LOCALĂ
13.02 2010

CLASA A VI-A

I. a) Dacă $(3n+7, 2n+6) = n+1$ atunci $(n+1)/(3n+7)$ şi $(n+1)/(2n+6)$ 1p
Aplică proprietățile divizibilității şi obține $(n+1)/3(2n+6)-2(3n+7)$ adică $(n+1)/4$ 2p
De aici deduce că $n+1 \in \{1,2,4\}$, deci $n \in \{0,1,3\}$ 1p
b) Din prima relație rezultă că a şi b au aceeaşi paritate, atunci $a-b$ par, ...1p
deci c este par şi prim, $c=2$ 1p
Din $a+b=80$ şi $a-b=54$ obține $a=67$ şi $b=13$ prime 1p

II. Scrie relația din enunț sub forma $\frac{2x}{2x+1} = \frac{y^2-7}{y}, y \neq 0$ 1p
Cum $x \in N^*$ observă că $\frac{2x}{2x+1} < 1$ 1p
Obține $\frac{y^2-7}{y} < 1$ care conduce la $y^2-7<y$ 1p
Adică $y(y-1)<7,\ y \in N^*$, deci $y \in \{1,2,3\}$ 2p
Din $0 < \frac{2x}{2x+1} < 1$, valorile $y=1$ şi $y=2$ nu verifică condiția $\frac{y^2-7}{y} > 0$ 1p
Pentru $y=3$ obține $x=1$ 1p

III. a) Fie (OM şi (ON bisectoarele $\angle AOD$ respectiv $\angle BOC$
Cum $m(\angle MON) = 60^O$ şi $m(\angle AOB) = 140^O$ obține $m(\angle AOM) + m(\angle BON) = 80^O$ 1p
Deduce că $m(\angle AOD) + m(\angle BOC) = 160^O$ 1p
Adică $m(\angle AOB) + m(\angle COD) = 160^O$ 1p
$m(\angle COD) = 20^O$ 1p
b) Din $(OE \perp (OC$ obține $m(\angle EOF) + m(\angle COF) = 90^O$ 1p
Din $(OF \perp (OD$ obține $m(\angle DOC) + m(\angle COF) = 90^O$ 1p
$m(\angle EOF) = m(\angle COD) = 20^O$ 1p

IV. a) Din $\angle MAE \equiv \angle NAP$ ca unghiuri opuse la vârf şi $m(\angle MAN) = 180^O$ obține
$m(\angle MAD) = m(\angle NAD) = 90^O$ 1p
Arată $\Delta MAD \equiv \Delta NAD$ conform C.C. sau L.U.L. 1p
Obține $\angle AMD \equiv \angle ANP$ 1p
Arată $\Delta AMB \equiv \Delta ANP$ conform U.L.U. 1p
b) Din $\Delta AMB \equiv \Delta ANP$ deduce $[AB] \equiv [AP]$ 1p
Fie $\{Q\} = AD \cap BP$, arată $\Delta AQB \equiv \Delta AQP$ conform L.U.L. 1p
Deduce $m(\angle AQB) = m(\angle AQP) = 90^O$, deci $AQ \perp BP$ 1p

BAREM DE NOTARE ŞI CORECTARE

Notă:
Orice altă soluție corectă se notează corespunzător.